



**Федеральное агентство морского и речного транспорта**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Государственный университет морского и речного флота  
имени адмирала С.О. Макарова»**

**Воронежский филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»**

---

Кафедра математики, информационных систем и технологий

### **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине *«Дифференциальные уравнения»*

(приложение к рабочей программе дисциплины)

Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль) Информационные системы на транспорте

Уровень высшего образования бакалавриат

Форма обучения очная, заочная

г. Воронеж  
2020

## 1. Перечень компетенций и этапы их формирования в процессе освоения дисциплины

Рабочей программой дисциплины «Дифференциальные уравнения» предусмотрено формирование следующих компетенций.

Таблица 1

### Перечень компетенций и этапы их формирования в процессе освоения дисциплины

Код и наименование компетенции	Код индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ИД-1ОПК-1	<b>Знать</b> основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.
	ИД-2ОПК-1	<b>Уметь</b> решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.
	ИД-3ОПК-1	<b>Владеть</b> навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.
ОПК-8 Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем.	ИД-1ОПК-8	<b>Знать</b> методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования проектирования информационных и автоматизированных систем.
	ИД-2ОПК-8	<b>Уметь</b> применять на практике математические модели, методы и средства проектирования и автоматизации систем на практике
	ИД-3 ОПК-8	<b>Владеть</b> навыками моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем.

## 2. Паспорт фонда оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации обучающихся

Таблица 2

### Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестации обучающихся

№ п/п	Наименование раздела (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства
1	Тема 1 Основные понятия теории дифференциальных уравнений (ДУ).	ОПК-1 ОПК-8	тест 1 зачет

2	Тема 2 Основные виды дифференциальных уравнений 1-го порядка.	ОПК-1 ОПК-8	тест 1 зачет
3	Тема 3 Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.	ОПК-1 ОПК-8	тест 1 зачет
4	Тема 4 Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.	ОПК-1 ОПК-8	тест 2 зачет
5	Тема 5 Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	ОПК-1 ОПК-8	тест 2 зачет
6	Тема 6 Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных и тригонометрических рядов.	ОПК-1 ОПК-8	тест 2 зачет
7	Тема 7 Моделирование процессов в помощью ДУ и систем из двух уравнений.	ОПК-1 ОПК-8	практическое задание зачет
8	Тема 8 Моделирование процессов в помощью ДУ и систем из трёх уравнений.	ОПК-1 ОПК-8	практическое задание зачет
9	Тема 9 Уравнения математической физики.	ОПК-1 ОПК-8	практическое задание зачет

Таблица 3

Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания по дисциплине

Результат обучения по дисциплине	Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания по дисциплине				Процедура оценивания
	2	3	4	5	
	Не зачтено	Зачтено			
<i>ИД-1 ОПК-1 Знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.</i>	<i>Отсутствие или фрагментарные представления об основах математики, физики, вычислительной техники и программирования.</i>	<i>Неполные представления об основах математики, физики, вычислительной техники и программирования.</i>	<i>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основах математики, физики, вычислительной техники и программирования.</i>	<i>Сформированные систематические представления об основах математики, физики, вычислительной техники и программирования.</i>	<i>Тестирование</i>
<i>ИД-2 ОПК-1 Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, мето-</i>	<i>Отсутствие умений или фрагментарные умения решения стандартных профессиональных задач с применением естественнонауч-</i>	<i>В целом удовлетворительные, но не систематизированные умения решения стандартные профессиональных задач</i>	<i>В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы умения решения стандартные профессиональных задач</i>	<i>Сформированные умения решения разработать и решать стандартные профессиональные задачи с применени-</i>	<i>Тестирование</i>

дов математического анализа и моделирования.	ных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	ем естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	
<i>ИД-3 ОПК-1</i> Иметь навыки: теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Отсутствие владения или фрагментарные владения навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	В целом удовлетворительные, но не систематизированные владения навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы владения навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Сформированные владения навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	тестирование
<i>ИД-1 ОПК-8</i> Знать: методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования проектирования информационных и автоматизированных систем.	Отсутствие владения или фрагментарные владения методологией и основными методами математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования проектирования информационных и автоматизированных систем.	В целом удовлетворительное, но не систематизированное владение методологией и основными методами математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования проектирования информационных и автома-	В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы владения методологией и основными методами математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования проектирования информационных и	Сформирована методология и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования проектирования информационных и автоматизирован-	практическое задание

		<i>тизированных систем.</i>	<i>автоматизированных систем.</i>	<i>ных систем.</i>	
<i>ИД-2 ОПК-8 Уметь: применять на практике математические модели, методы и средства проектирования и автоматизации систем на практике</i>	<i>Отсутствие владения или фрагментарные владения математическими моделями, методами и средствами проектирования и автоматизации систем на практике</i>	<i>В целом удовлетворительное, но не систематизированное владение математическими моделями, методами и средствами проектирования и автоматизации систем на практике</i>	<i>В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы владения математическими моделями, методами и средствами проектирования и автоматизации систем на практике</i>	<i>Сформирована методология применения на практике математические модели, методы и средства проектирования и автоматизации систем на практике.</i>	<i>практическое задание</i>
<i>ИД-3 ОПК-8 Иметь навыки: моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем.</i>	<i>Отсутствие владения или фрагментарные владения методологией и основными методами математического моделирования информационных и автоматизированных систем</i>	<i>В целом удовлетворительное, но не систематизированное владение методологией и основными методами математического моделирования информационных и автоматизированных систем</i>	<i>В целом удовлетворительные, но содержащие отдельные пробелы владения методологией и основными методами математического моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем.</i>	<i>Сформирована методология и основные методы математического моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем.</i>	<i>практическое задание</i>

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО  
КОНТРОЛЯ

Тест 1 (пример)

<p><b>Задание 1.</b> Определите тип каждого из данных уравнений:</p> <p>1) <math>y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}</math> ;</p> <p>2) <math>y' + y - xy^2 = 0</math> ;</p> <p>3) <math>x(y^2 - 4)dx + y dy = 0</math> ;</p> <p>4) <math>y' + \frac{xy}{1-x^2} = \arcsin x</math> .</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <p>уравнение с разделяющимися переменными;</p> <p>однородное уравнение первого порядка;</p> <p>линейное уравнение первого порядка;</p> <p>уравнение Бернулли.</p>
<p><b>Задание 2.</b> Сопоставьте уравнения второго порядка и способы их решения.</p> <p>1) <math>2x^2y'' - (y')^2 = 0</math> ;</p> <p>2) <math>y'' = 2\sin x \cos^2 x - \sin^3 x</math> ;</p> <p>3) <math>3y y' - 7y'' = 0</math> .</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <p>последовательное интегрирование обеих частей уравнения;</p> <p>подстановка <math>y' = z(x)</math>, <math>y'' = z'(x)</math> ;</p> <p>подстановка <math>y' = p(y)</math>, <math>y'' = p \frac{dp}{dy}</math> .</p>
<p><b>Задание 3.</b> Укажите функцию, являющуюся решением уравнения</p> $y dy = \frac{dx}{2(x+1)}$	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <p><input type="radio"/> <math>y = e^x</math> ;</p> <p><input type="radio"/> <math>y = 2</math> ;</p> <p><input type="radio"/> <math>y = \frac{1}{x+1}</math> ;</p> <p><input type="radio"/> <math>y = \sqrt{\ln(x+1)}</math> .</p>

<p><b>Задание 4.</b> Решениями уравнения <math>y'' = 2(x+1) + e^x</math> являются функции ...</p>	<p><b>Варианты ответов:</b> (укажите два ответа)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <math>y = \frac{(x+1)^3}{3} + e^x + C_1x + C_2</math>;</li> <li><input type="radio"/> <math>y = (x+1)^3 + e^x + C_1x + C_2</math>;</li> <li><input type="radio"/> <math>y = x^3 + x^2 + e^x + C_1x + C_2</math>;</li> <li><input type="radio"/> <math>y = \frac{x^3}{3} + x^2 + e^x + C_1x + C_2</math>.</li> </ul>
<p><b>Задание 5.</b> Среди перечисленных задач «задачей Коши» является ...</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <math>xyy' = 1 - x^2</math>;</li> <li><input type="radio"/> <math>ydx + \operatorname{ctg} x dy = 0, y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1</math>;</li> <li><input type="radio"/> <math>y' = 3y - 1</math>;</li> <li><input type="radio"/> <math>(y'')^2 + (y')^2 = 1, y(0) = 1, y(1) = 2</math>.</li> </ul>
<p><b>Задание 6.</b> Функция <math>y = C(x+1)</math> является решением уравнения <math>y' + 2 = 0</math>, если <math>C</math> принимает значение ...</p>	<p><b>Укажите ответ</b></p>
<p><b>Задание 7.</b> Решите задачу Коши <math>\begin{cases} xy' - 6y = x, \\ y(1) = \frac{1}{6}, \end{cases}</math> и в ответе укажите значение <math>y(0)</math>.</p>	<p><b>Укажите ответ</b></p>
<p><b>Задание 8.</b> Решите дифференциальное уравнение <math>y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}</math>.</p>	<p><b>Запишите полное решение</b></p>
<p><b>Задание 9.</b> Решите дифференциальное уравнение <math>y' + \frac{y}{x} = x^2y^4</math>.</p>	<p><b>Запишите полное решение</b></p>
<p><b>Задание 10.</b> Решите дифференциальное уравнение <math>y'' + 2xy' = 1 + y^2</math>.</p>	<p><b>Запишите полное решение</b></p>

Тест 2 (пример)

<p><b>Задание 1.</b> Укажите уравнения, решения которых можно найти с помощью метода вариации произвольных постоянных.</p>	<p><b>Варианты ответов:</b> (укажите не менее двух ответов)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <math>y'' - 4y' + 3y = e^{5x}</math> ;</li> <li><input type="radio"/> <math>y'' - 9y' + 20y = x^2 \cos x</math> ;</li> <li><input type="radio"/> <math>2y'' - y + 1 = 0</math> ;</li> <li><input type="radio"/> <math>y'' + y = 0</math> .</li> </ul>
<p><b>Задание 2.</b> Фундаментальная система решений уравнения <math>y'' + 4y' + 20y = 0</math> имеет вид ...</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <math>y_1 = \cos 4x, y_2 = \sin 4x</math> ;</li> <li><input type="radio"/> <math>y_1 = e^{-2x}, y_2 = e^{2x}</math> ;</li> <li><input type="radio"/> <math>y_1 = e^{-2x} \cos 4x, y_2 = e^{-2x} \sin 4x</math> ;</li> <li><input type="radio"/> <math>y_1 = e^{-2x}, y_2 = 1</math> .</li> </ul>
<p><b>Задание 3.</b> Дано дифференциальное уравнение третьего порядка <math>y''' + y'' - 2y' = 0</math> . Корнями его характеристического уравнения являются ...</p>	<p><b>Укажите ответы:</b></p> <p><math>\lambda_1 =</math> ;</p> <p><math>\lambda_2 =</math> ;</p> <p><math>\lambda_3 =</math> .</p>
<p><b>Задание 4.</b> Укажите вид частного решения неоднородного дифференциального уравнения <math>y'' + 6y' = 5x</math> .</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> <math>y = (Ax + B)x</math> ;</li> <li><input type="radio"/> <math>y = (Ax + B)e^{\frac{2}{3}x}</math> ;</li> <li><input type="radio"/> <math>y = Ax + B</math> ;</li> <li><input type="radio"/> <math>y = Ax</math> .</li> </ul>
<p><b>Задание 5.</b> Сопоставьте типы уравнений и их возможные решения: 1) линейное уравнение первого порядка; 2) линейное однородное уравнение второго порядка; 3) линейное неоднородное уравнение второго порядка; 4) линейное неоднородное уравнение третьего порядка.</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <p><math>y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x} + 2e^{3x}</math> ;</p> <p><math>y = (C_1 + C_2 x)e^x</math> ;</p> <p><math>y = x + C_1 e^{-x}</math> ;</p> <p><math>y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{-x} + x^2</math> .</p>
<p><b>Задание 6.</b> Функция <math>y = e^{2x}</math> является решением дифференциального уравнения <math>y'' - Cy' + 2y = 0</math> , если <math>C</math> принимает значение ...</p>	<p><b>Укажите ответ</b></p>

<p><b>Задание 7.</b> По методу вариации произвольных постоянных частное решение неоднородного уравнения <math>y'' - y' - 6y = xe^x</math> следует искать в виде ...</p>	<p><b>Варианты ответов:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <math>y = C_1(x)e^{3x} + C_2(x)e^{-3x}</math>;</li> <li>○ <math>y = C_1(x)e^{3x} + C_2(x)e^{-2x}</math>;</li> <li>○ <math>y = e^{-2x} [C_1(x) + xC_2(x)]</math>;</li> <li>○ <math>y = e^{3x} [C_1(x)\cos.x + C_2(x)\sin.x]</math>.</li> </ul>
<p><b>Задание 8.</b> Решите дифференциальное уравнение <math>y'' + 4y' + 20y = 0</math>, <math>y(0) = 1</math>, <math>y'(0) = 2</math>.</p>	<p><b>Запишите полное решение</b></p>
<p><b>Задание 9.</b> Решите дифференциальное уравнение <math>y'' - y = e^{2x}</math>.</p>	<p><b>Запишите полное решение</b></p>
<p><b>Задание 10.</b> Решите систему дифференциальных уравнений</p> $\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 5x + 6y. \end{cases}$	<p><b>Запишите полное решение</b></p>

Оценка результатов тестирования. За каждый правильный ответ начисляется 1 балл. Для перевода баллов в оценку применяется универсальная шкала оценки образовательных достижений. Если обучающийся набирает

- от 90 до 100% от максимально возможной суммы баллов - выставляется оценка «отлично»;
- от 80 до 89% - оценка «хорошо»,
- от 51 до 79% - оценка «удовлетворительно»,
- менее 51% - оценка «неудовлетворительно».

### *Практическое задание*

*Решить задачи, используя математическую модель – обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка.*

1. Найти кривую, проходящую через точку (2; 16), зная, что угловым коэффициентом касательной в любой точке кривой в три раза больше углового коэффициента прямой, соединяющей эту же точку с началом координат.

2. Найти уравнение кривой, проходящей через точку (4; 1), для которой отрезок касательной между точкой касания и осью абсцисс делится пополам в точке пересечения с осью ординат.

3. Кривая проходит через точку с координатами (0; -2) и обладает тем свойством, что тангенс угла наклона касательной в любой её точке равен ординате этой точки, увеличенной на три единицы. Найти уравнение этой кривой.

*Решить задачи, используя математическую модель – обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка.*

1. Материальная точка массы  $m$  движется по оси  $Ox$  под действием восстанавливающей силы, направленной к началу координат и пропорциональной расстоянию движущейся точки от начала (коэффициент пропорциональности в 4 раза больше массы точки). Среда, в которой происходит движение, оказывает сопротивление, пропорциональное скорости движения точки (коэффициент пропорциональности равен массе материальной точки). Найти закон движения.

2. Материальная точка массой  $m$  движется по прямой, притягиваемая к неподвижному центру силой, прямо пропорциональной расстоянию точки от центра притяжения. Сопротивление среды отсутствует. Определить закон движения точки, если в начальный момент времени положение точки от центра притяжения  $x(0) = 20$  м, начальная скорость  $x'(0) = 5$  м/с. (Указание: центр притяжения поместить в начало координат, коэффициент пропорциональности взять равным  $k = 2m$ ).

3. Материальная точка массой 1 кг движется по прямой из пункта А в пункт В под действием постоянной силы  $F = 2$  Н. Сопротивление среды пропорционально расстоянию тела от точки В и в начальный момент времени равно  $f = 1$  Н. Начальная скорость точки равна нулю. Определить закон движения точки. (Указание: рассмотреть функцию  $x(t)$  – координата точки в момент времени  $t$ ).

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ

### *Промежуточная аттестация – Зачет*

#### **Вопросы к зачету**

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Общее и частное решение, общий и частный интеграл. Интегральная кривая. Особое решение. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

2. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

3. Теорема Пикара. Три случая понижения порядка.

4. Свойство линейной комбинации решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения. Общее решение.

5. Свойство линейной комбинации решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения. Общее решение.

6. Метод Эйлера. Характеристическое уравнение. Метод неопределённых коэффициентов. Метод вариации произвольной постоянной.

7. Два способа интегрирования дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Свободные и вынужденные колебания груза, подвешенного на пружине.

8. Дифференциальные уравнения, моделирующие развитие популяций. Система дифференциальных уравнений. Точки равновесия. Фазовые кривые, фазовые портреты. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций.

9. Применение нелинейных систем для моделирования эпидемий в обществе. Модель развития эпидемии вирусного заражения компьютеров. Моделирование каскадов

химических процессов системами разностных дифференциальных уравнений. Трёхмерные фазовые портреты. Система уравнений Лоренца, описывающая состояние погоды.

10. Дифференциальное уравнение малых колебаний струны. Интегрирование волнового уравнения способом Даламбера. Решение волнового уравнения способом Фурье. Решение телеграфного уравнения методом Фурье. Решение уравнения теплопроводности для неограниченного стержня.

11. Решение телеграфного уравнения методом Фурье. Решение уравнения теплопроводности для неограниченного стержня.

Таблица 5

Критерии оценивания

Наименование показателя	Критерии оценивания	Максимальное количество баллов	Количество баллов
<b>I. КАЧЕСТВО ОТВЕТА</b>			
1 Соответствие ответов, поставленным вопросам	- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы - полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины - умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине	10	
2. Грамотность изложения	- владение терминологией и понятийным аппаратом проблемы; - научный стиль изложения.	5	
3. Самостоятельность выполнения работы, глубина проработки материала, использование рекомендованной и справочной литературы	- степень знакомства автора работы с актуальным состоянием изучаемой проблематики; - дополнительные знания, использованные при написании работы, которые получены помимо предложенной образовательной программы;	5	
Общая оценка за выполнение		20	
<b>ОТВЕТЫ НА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО СОДЕРЖАНИЮ РАБОТЫ</b>			
Вопрос 1		5	
Вопрос 2		5	
Общая оценка за ответы на вопросы		10	
Итого		30	

Для перевода баллов критериально-шкалированной таблицы в оценку применяется универсальная шкала оценки образовательных достижений. Если студент набирает:

- 27-30 баллов и выше - оценка «отлично»,
- 26 -21 баллов и выше - оценка «хорошо»,
- 18-21 баллов и выше - оценка «удовлетворительно»,
- менее 18 - оценка «не зачтено».

Составитель: к.т.н., Тихонова В.П.

Зав. кафедрой: д.т.н., профессор Лапина М. Л.

Рабочая программа рассмотрена на заседании  
кафедры математики, информационных систем  
и технологий и утверждена на 2020/2021 учебный год.  
Протокол № 9 от 25 мая 2020.