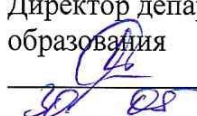




Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С.О. Макарова»

УТВЕРЖДАЮ

Директор департамента высшего
образования

 М.Н. Савельева
2025г.

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«МАТЕМАТИКА»**

для поступающих на обучение по образовательным программам
высшего образования — программам бакалавриата и программам специалитета

Санкт-Петербург
2025

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 2 из 15
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

Программа вступительного испытания «Математика» разработана с учётом федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного стандарта основного общего образования и утверждена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 6 от 13.05.2025).

I. Методические указания к программе вступительного экзамена

Цель программы вступительного испытания по математике заключается в регламентации порядка проведения вступительного испытания.

Целью вступительного испытания является проверка готовности поступающего освоить основную образовательную программу.

Поступающий на программу бакалавриата/специалитета должен:

знать/понимать:

- теоретические основы арифметики;
- теоретические основы элементарной алгебры;
- теоретические основы элементарной геометрии;
- основные понятия и факты начала математического анализа;
- основные понятия и факты теории вероятностей;

уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;
- проводить тождественные преобразования алгебраических выражений и выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций; находить точки пересечения графиков функций аналитически и графически;
- исследовать поведение функции с помощью производной;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, а также уравнения и неравенства, приводящиеся к ним;
- решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени;
- решать уравнения, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- решать неравенства, содержащие степенные, показательные и логарифмические функции;

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 3 из 15
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки балакавриат, специалитет	

- изображать геометрические фигуры и производить простейшие построения на плоскости;
- определять координаты вектора и его модуль;
- находить вектор суммы и вектор разности, произведение вектора на число;
- вычислять скалярное произведение векторов, угол между векторами;
- вычислять площади и объемы геометрических объектов;
- решать простейшие задачи по теории вероятностей;

владеть:

- методами решения дробно-рациональных, иррациональных, тригонометрических уравнений;
- технологией решения дробно-рациональных и иррациональных неравенств;
- приемами вычисления без калькулятора;
- техникой дифференцирования.

II. Содержание программы вступительного испытания

Тема 1. Арифметика и алгебра

1. Простые и составные числа. Признаки делимости. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Обыкновенные и десятичные дроби. Действия с дробями. Пропорции. Свойства пропорций. Проценты. Правило округления чисел.
3. Множество действительных чисел. Изображение чисел на числовой оси. Модуль действительного числа. Свойства модуля.
4. Степень с натуральным показателем. Арифметический корень и его свойства. Корни n -ой степени. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Действия со степенями.
5. Определение логарифма. Логарифм произведения, степени, частного. Формулы перехода к новому основанию. Основное логарифмическое тождество.
6. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Область допустимых значений выражения.
7. Формулы сокращенного умножения.
8. Формула корней квадратного уравнения. Прямая и обратная теоремы Виета.
9. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
10. Уравнение. Область допустимых значений уравнения. Корни уравнения.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 4 из 15
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки балакавриат, специалитет	

11. Неравенства с переменной. Область допустимых значений неравенства. Методы решения неравенства.
12. Понятие функции. Область определения, множество значений функции. Возрастание и убывание функции. Четность. Нечетность. Периодичность. График функции.
13. Элементарные функции: определение, свойства, графики основных элементарных функций. Степенная функция $y = x^n$: линейная $y = ax + b$, квадратичная $y = ax^2 + bx + c$, обратная пропорциональная зависимость $y = k / x$; показательная функция $y = a^x$; логарифмическая функция $y = \log_a x$.
14. Градусная и радианная меры угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла.
15. Вычисление значений тригонометрических функций. Тригонометрические функции $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики. Понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса числа.
16. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
17. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов. Формулы приведения. Тригонометрические функции двойного аргумента. Формулы понижения степени.
18. Решение тригонометрических уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.

Тема 2. Начала математического анализа

1. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.
2. Уравнение касательной к графику функции.
3. Производные суммы, разности, произведения, частного, сложной функции.
4. Производные основных элементарных функций.
5. Исследование функции с помощью производной на экстремум.
6. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.

Тема 3. Геометрия

1. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Длина окружности и длина дуги окружности. Площадь круга и площадь сектора.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 5 из 15
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки балакавриат, специалитет	

2. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Свойства равнобедренного и равностороннего треугольников. Формулы вычисления площади треугольника.
3. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов 30° , 45° и 60° .
4. Окружность и треугольники: вписанная и описанная. Прямоугольный треугольник, вписанный в окружность.
5. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
6. Окружность и четырехугольники: вписанная и описанная.
7. Формулы площади: прямоугольника, ромба, квадрата.
8. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
9. Многогранники: призма, пирамида и их элементы.
10. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.
11. Формула объема параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.
12. Вектор, его координаты и модуль. Радиус-вектор точки. Действия над векторами: сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение в геометрической и координатной формах. Угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы.

Тема 4. Основные понятия теории вероятностей

1. Случайное событие. Зависимые и независимые события, совместные и несовместные события.
2. Классическое определение вероятности случайного события.
3. Условная вероятность.
4. Вычисление вероятности событий по формулам сложения и умножения вероятностей

III. Содержание, структура и форма проведения вступительного испытания

Вступительное испытание по математике проводятся в письменной форме. Тест вступительного испытания состоит из двух частей, содержащих 11 заданий. Первая часть содержит 9 заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби, вторая часть — задания с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 6 из 15
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки балакавриат, специалитет	

Демонстрационная версия вступительного испытания приведена в Приложении. Она содержит конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции теста. Назначение демонстрационной версии заключается в том, чтобы дать возможность поступающему составить полное представление о структуре вступительного испытания, количестве заданий, об их форме и уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот тест, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 7 из 15
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки балакавриат, специалитет	

IV. Распределение заданий вступительного испытания по темам

Часть работы	Тема	№ задания	Количество баллов
Часть 1	Геометрия	1	8
Часть 1	Геометрия	2	8
Часть 1	Геометрия	3	8
Часть 1	Основные понятия теории вероятностей	4	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	5	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	6	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	7	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	8	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	9	8
Часть 2	Арифметика и алгебра.	10	14
Часть 2	Арифметика и алгебра	11	14

V. Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Гольшева, С. П. Математика. Подготовка к ЕГЭ : учебное пособие / С. П. Гольшева. — 2-е изд., перераб. — Иркутск: Иркутский ГАУ, 2018. — 104 с. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/133402> (дата обращения: 14.04.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Совертков, П. И. Справочник по элементарной математике : учебное пособие для спо / П. И. Совертков. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 404 с.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 8 из 15
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки балакавриат, специалитет	

— ISBN 978-5-8114-7498-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/161632> (дата обращения: 14.04.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Старостина, С. А. Элементарная математика: алгебра и начала анализа: учебное пособие / С. А. Старостина, Н.М. Гулевич, М.В. Сухотерин. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2023. — 100с.

Дополнительная литература

1. Лебедева, В. М. Справочник по элементарной математике / В. М. Лебедева. — 3-е изд., испр. и доп. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2015. — 32с. <https://edu.gumrf.ru/elektronnaya-biblioteka-metodicheskikh-materialov/elektronnaya-biblioteka/Л/Лебедева%20В.М.%20Справочник%20по%20элементарной%20математике.pdf>

2. Напалков, С. В. Решение задач школьной математики: учебно-методическое пособие / С. В. Напалков. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. — 78 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/283148> (дата обращения: 14.04.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.



Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С.О. Макарова»**

**ДЕМОНСТРАЦИОННАЯ ВЕРСИЯ
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«Математика»**

(Приложение к программе вступительного испытания)

Санкт-Петербург
2025

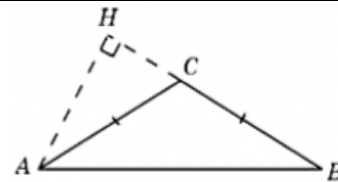


Тест вступительного испытания

-----Часть-1-----

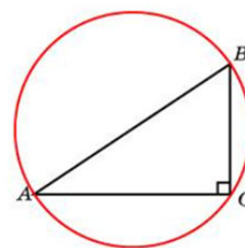
1.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 20$, высота AH равна 3. Найдите $\sin BAC$.

Ответ: 0,15

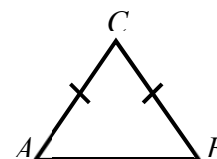
ИЛИ

Гипотенуза прямоугольного треугольника, вписанного в окружность, равна 7. Найдите радиус этой окружности.

Ответ: 3,5

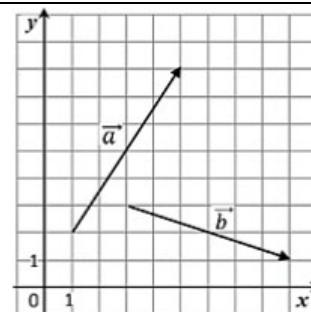
ИЛИ

В треугольнике ABC $AC = BC = 7$, $\cos A = \frac{1}{2}$. Найдите AB .

Ответ: 7

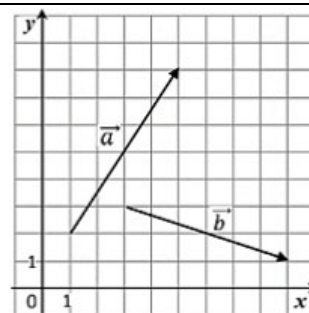
2.

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите их скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: 12

ИЛИ

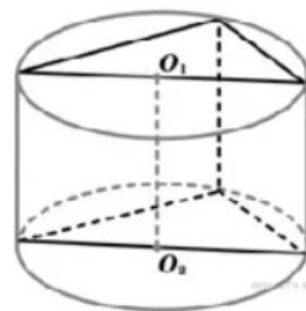
На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 3\vec{b}$.

Ответ: 22



3. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 5. Боковое ребро равно $\frac{4}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного вокруг этой призмы.

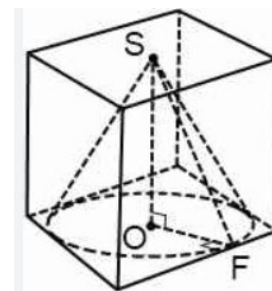
Ответ: 25



ИЛИ

Конус вписан в прямоугольный параллелепипед. Высота конуса равна 1, а радиус основания равен 2,5. Найдите объём параллелепипеда.

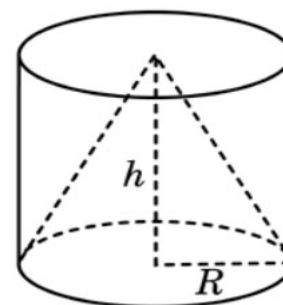
Ответ: 25



ИЛИ

Конус и цилиндр имеют общее основание и высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём конуса, если объём цилиндра равен 18.

Ответ: 6



4. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений. В первый день запланировано 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступления исполнителя Р. состоятся в третий день конкурса?

Ответ: 0,225

5. Решите уравнение $3^{x+1} + 3^{x-1} = 10$.

Ответ: 1



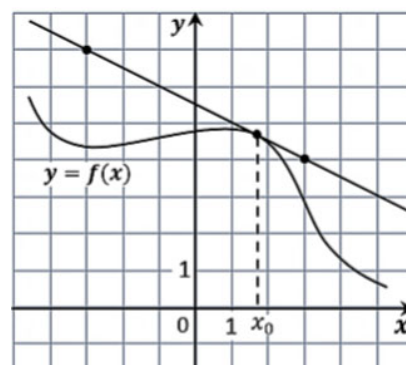
6. Преобразуйте выражение $\frac{(5y^3 + 2x^2)(5y^3 - 2x^2)}{4x^4 - 4(xy)^2 + y^4}$ и найдите его значение

при $x^2 = \frac{1}{2}, y^2 = 2$.

Ответ: 199

7. На рисунке изображен график дифференцируемой функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .

Ответ: -0,5



8. Найдите значение выражения $\log_{12} \left(8\sqrt{3} \cos^2 \frac{\pi}{12} - 8\sqrt{3} \sin^2 \frac{\pi}{12} \right)$.

Ответ. 1

ИЛИ

Найдите значение выражения $\log_{12} \left(7\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \right)$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{7}$.

Ответ. 0

9. Найдите целое решение неравенства $\frac{3x-6}{8x-5} < \cos \frac{\pi}{2}$

Ответ. 1



10. Груз массой 0,16 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний в секундах, $T = 12$ с — период колебаний, $v_0 = 1,5$ м/с. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза (в кг), v — скорость груза (м/с). Найдите кинетическую энергию груза через 11 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ. 0,045

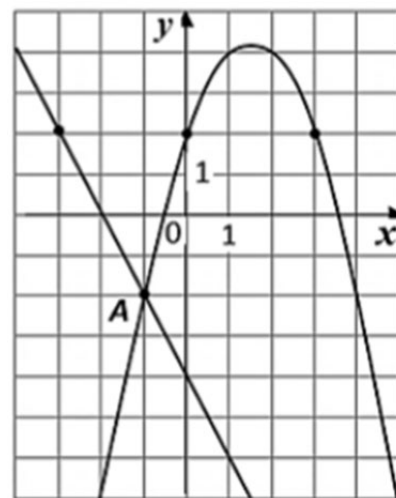
-----**Часть-2**-----

11.

На рисунке изображены графики функций $f(x) = kx + d$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B .

а) Описывая алгоритм нахождения коэффициентов k, d, a, b, c , найдите их.

б) Найдите абсциссу точки B , пояснив способ ее определения.



Ответ: а) $k = -2; d = -4; a = -1; b = 3; c = 2$. б) 6.

12. Улов рыболовного сейнера состоял из трески, минтая и палтуса, всего 120 тонн. Сколько было выловлено тонн минтая, если треска и минтай составили 60% улова, отношение же количества минтая и палтуса было равно 3 : 4? Опишите решение задачи по действиям.

Ответ: 36 тонн.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 6 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки балакавриат, специалитет	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение задания **части 2**, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть оформлено математически грамотно, с полным и последовательным обоснованием каждого шага рассуждения, ведущего к ответу; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Выставляется **0 баллов** за правильный ответ при отсутствии математически корректного обоснованного решения, или решения, состоящего из фрагментарных записей, несвязанных между собой рассуждений, а также за предположительно сгенерированное решение.

При выполнении задания могут быть использованы без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

11. Решение

а) Точки $(-1;-2)$ и $(-3;2)$ принадлежат графику функции $f(x) = kx + d \Rightarrow$

$$\begin{cases} -k + d = -2, \\ -3k + d = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 + k, \\ -3k - 2 + k = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2k = 4, \\ d = -2 + k; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -2, \\ d = -4. \end{cases}$$

$$f(x) = -2x - 4.$$

Точки $(0;2)$, $(3;2)$ и $(-1;-2)$ принадлежат графику функции $g(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow$

$$\begin{cases} c = 2, \\ 9a + 3b + c = 2, \\ a - b + c = -2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2, \\ 9a + 3b = 0, \\ a - b = -4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2, \\ 3a + b = 0, \\ a - b = -4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2, \\ 4a = -4, \\ b = -3a; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2, \\ a = -1, \\ b = 3. \end{cases}$$

$$g(x) = -x^2 + 3x + 2.$$

б) Составим систему, чтобы найти абсциссу точки B — точки пересечения графиков функций

$$\begin{cases} y = f(x) = -2x - 4, \\ y = g(x) = -x^2 + 3x + 2; \end{cases} \Rightarrow -2x - 4 = -x^2 + 3x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow$$

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 7 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика»	
	Направление подготовки балакавриат, специалитет	

$$(x+1)(x-6)=0; \quad (x_A+1)(x_B-6)=0 \Rightarrow x_B=6.$$

Ответ: а) $k=-2; d=-4; a=-1; b=3; c=2.$; б) $x_B=6.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	15
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б . ИЛИ получены неверные ответы из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	10
В пункте а правильно выполнены промежуточные действия, но решение системы не доведено до ответа.	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	15

12. Решение. 1) Трески и минтая выловили $120 \cdot 0,6 = 72$ тонны. 2) Палтуса выловили $120 - 72 = 48$ тонн. 3) Минтая выловили $48 \cdot \frac{3}{4} = 36$ тонн.

Допускается другая последовательность действий и рассуждений, обоснованно приводящая к верному ответу.

Ответ: 36 тонн.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	15
Получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	10
Правильно выполнены последовательность всех шагов решения, но решение не доведено до ответа	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	15